UNIVERSIDAD DE ORIENTE

NUCLEO DE ANZOATEGUI

ESCUELA DE INGENIERIA Y CIENCIAS APLICADAS

DEPARTAMENTO DE COMPUTACION Y SISTEMAS

MODELOS DE OPERACIONES I



PROFESORA: INTEGRANTES:

Aurelia Torcasio. Gómez Leidymar C.I:20.636.500

Amaricua Rudy C.I:20.495.686

Barcelona, 17 de Marzo de 2016

**Modelo de volumen de carga o mochila**

El modelo de volumen de carga o mochila representa un modelo característico de asignación de recursos, en el cual se reparte un recurso limitado entre una cantidad finita de actividades (económicas). El objetivo es maximizar una función de retribución asociada.

El modelo clásico de la mochila tiene que ver con el caso de un soldado (o un montañista) que debe decidir cuáles son los artículos más valiosos que debe llevar en su mochila, también llamado problema de conjunto de fuga o equipo de vuelo, en el que un piloto de un avión a reacción debe determinar los artículos más valiosos que debe llevar a bordo y el problema de carga del contenedor en el que un barco con capacidad limitada de volumen o peso se carga con fletes valiosos. El objetivo es seleccionar las cargas más valiosas a transportar.

La ecuación recursiva (hacia atrás) se desarrolla para el problema general de asignar *n* artículos a una mochila con capacidad de peso *W*. Sea *mi* la cantidad de unidades del artículo *i* en la mochila, y defina *ri* y w*i* como el ingreso unitario y el peso del artículo *i*. El problema general se representa como:

Sujeto a:

Donde:

: Representa la capacidad limitada (Peso) en lb, T, kg, etc.

: El número de artículos i

: Cantidad de unidades del artículo i en la mochila

: Ingreso por unidad del artículo i

Peso por unidad del artículo i

**Los tres elementos del modelo son:**

1. La etapa i se representa con el articulo i, i=1, 2, 3,….., n.
2. Las alternativas en la etapa i, se representan por , la cantidad de unidades del articulo i que entran en la mochila. El ingreso correspondiente es . Donde es el máximo entero menor o igual con = 0, 1, 2, … , n.
3. El estado en la etapa i se representa por Xi, el peso total asignado a las etapas (artículos) i, i+1,….,n. Esta definición se refleja que la restricción del peso es la única que vincula entre sí a todas las etapas

Definiremos a:

Como el ingreso máximo para las etapas i, i+1 y n dado el estado

La forma más sencilla de determinar la ecuación recursiva es un procedimiento de dos pasos

**Paso 1**. Expresar en función de como sigue

.

= 0,1,.....,

**Paso 2.** Expresar , en función de para asegurar que el lado izquierdo, , sea función solo de . Por definición, (Representa el peso que se utiliza en la etapa i)

Así, , y la ecuación recursiva apropiada es:

= 0,1,.....,

**Ejemplo**

1. Un barco de 4 toneladas se carga con uno o más de tres artículos. La siguiente tabla muestra el peso unitario, wi en toneladas, y el ingreso por unidad ri en miles de dólares, para el articulo i. Como los pesos unitarios wi y el peso máximo W son enteros, el estado xi solo debe tener valores enteros ¿Cómo se debe cargar el barco para maximizar los ingresos totales?:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Articulo | wi = Toneladas | ri = Miles de dólares |
| 1 | 2 | 31 |
| 2 | 3 | 47 |
| 3 | 1 | 14 |

= Representa la capacidad limitada. W= 4

: El número de artículos i. i = 1, 2 y 3

: Cantidad de unidades del artículo i en la mochila. , y

: Ingreso por unidad del artículo i. , y

Peso por unidad del artículo i. , y

**Etapa 3.**

No se conoce de antemano el peso exacto por asignar a la etapa 3 (artículo 3), pero debe asumir uno de los valores 0, 1, … , 4 (porque W=4 TON). Los estados X3=0 y X3=4, respectivamente, representan los casos extremos de no embarcar nada del articulo 3 y de asignar a el toda la capacidad del barco. Los valores restantes de X3 (= 1, 2 y 3) implican una asignación parcial de la capacidad del barco al artículo 3. De hecho, el intervalo mencionado de valores de X3 cubre todas las asignaciones posibles de capacidad del barco al artículo 3.

Como w3=1 TON por unidad, la cantidad máxima de unidades que se pueden cargar del artículo es 4/1=4, lo que significa que los valores posibles de m3 son 0, 1, 2, 3 y 4. Solo es posible una m3 alternativa si w3m3 X3. Así, todas las alternativas no factibles (aquellas para las que w3m3 > X3) quedan excluidas. La ecuación siguiente es la base para comparar las alternativas de la etapa 3:

El cuadro siguiente compara las alternativas factibles para cada valor de X3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Estados posibles en la etapa 3 (X3) | 14m3 | | | | | Ganancia optima | Cantidad optima de artículos 3  () |
| m3 = 0 | m3 =1 | m3 =2 | m3 =3 | m3 =4 |
| 0 TON | 14\*m3= 0 | - | - | - | - | 0 | 0 |
| 1 TON | 0 | 14\*m3= 14 | - | - | - | 14 | 1 |
| 2 TON | 0 | 14 | 14\*m3= 28 | - | - | 28 | 2 |
| 3 TON | 0 | 14 | 28 | 14\*m3= 42 | - | 42 | 3 |
| 4 TON | 0 | 14 | 28 | 42 | 14\*m3= 56 | 56 | 4 |

**Etapa 2.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Estados posibles en la etapa 2 |  | | Ganancia optima | Cantidad optima de artículos 2 |
| m2=0 | m2=1 |
| 0 TON | 0 + 0 = 0 | - | 0 | 0 |
| 1 TON | 0 + 14 = 14 | - | 14 | 0 |
| 2 TON | 0 + 28 = 28 | - | 28 | 0 |
| 3 TON | 0 + 42 = 42 | 47 + 0 = 47 | 47 | 1 |
| 4 TON | 0 + 56 = 56 | 47 + 14 = 61 | 61 | 1 |

**Etapa 1**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Estados posibles en la etapa 1 |  | | | Ganancia optima | Cantidad optima de artículos 1 |
| m1 = 0 | m1 = 1 | m1 = 2 |
| 0 TON | 0 + 0 = 0 | - | - | 0 | 0 |
| 1 TON | 0 + 14 = 14 | - | - | 14 | 0 |
| 2 TON | 0 + 28 = 28 | 31 + 0 = 31 | - | 31 | 1 |
| 3 TON | 0 + 47 = 47 | 31 + 14 = 45 | - | 47 | 0 |
| 4 TON | 0 + 61 = 61 | 31 + 28 = 59 | 62 + 0 = 62 | 62 | 2 |

La solución óptima ahora de la siguiente manera: dada W=4 TON, X1=4 expresa la alternativa optima , que quiere decir que en el barco se cargan 2 unidades del artículo 1. Esta asignación deja a X2 = X1 - 2 = 4 – 2x2 = 0. De la etapa 2, X2=0 produce , que a su vez produce X3 = X2 - 3 = 0 – 3x0 = 0. A continuación, de la etapa 3, X3 = 0 produce . Así, la solución completa es y . El ingreso correspondiente es 62.000$.

Ejercicios propuestos:

1. Un barco de X toneladas se carga con uno o más de tres artículos. La siguiente tabla muestra el peso unitario, wi en toneladas, y el ingreso por unidad ri en miles de dólares, para el artículo i. Como los pesos unitarios wi y el peso máximo W son enteros, el estado xi solo debe tener valores enteros ¿Cómo se debe cargar el barco para maximizar los ingresos totales?:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Barco de 6 TON de capacidad | | |  | Barco de 4 TON de capacidad | | |
| Articulo | wi = Toneladas | ri = Miles de dólares |  | Articulo | wi = Toneladas | ri = Miles de dólares |
| 1 | 4 | 70 |  | 1 | 1 | 30 |
| 2 | 1 | 20 |  | 2 | 2 | 60 |
| 3 | 2 | 40 |  | 3 | 3 | 80 |

1. Un explorador debe cargar tres artículos: alimentos, botiquín y ropa. La mochila tiene 3 pies cúbicos de capacidad. Cada unidad de alimento ocupa 1 pie cubico. Un botiquín ocupa 0,25 pie cúbicos y cada prenda de vestir ocupa 0,50 pie cúbicos. El excursionista asigna los factores de prioridad 3, 4 y 5 al alimento, botiquín y ropa, lo que significa que la ropa es el más valioso de esos artículos. De acuerdo con la experiencia, el excursionista debe llevar al menos 1 unidad de cada artículo y no más de dos botiquines. ¿Cuánto de cada artículo debe cargar el excursionista?
2. Tengo un pequeño jardín en mi traspatio que mide 10x20 pies. Esta primavera deseo sembrar tres verduras: tomates, pimentón y maíz. El huerto se organiza en surcos de 10 pies. Los surcos con tomate y maíz tienen 2 pies de ancho, y los de pimentón son de 3 pies de ancho. Lo que más me gusta son los tomates, y los pimentones casi no me gustan; en una escala de 1 a 10 calificaría con 10 a los tomates, 7 al maíz y 3 a los pimentones. Independientemente de mis gustos, mi esposa insiste en sembrar al menos un surco de pimentones y no más de dos surcos de tomates. ¿Cuántos surcos de cada planta debo sembrar?
3. Un alumno debe seleccionar en total 10 cursos opcionales de cuatro departamentos distintos, y al menos un curso de cada departamento. Los 10 cursos se asignan a los cuatro departamentos en una forma que maximiza el “conocimiento”. El alumno mide el conocimiento en una escala de 100 puntos, y llega a la tabla siguiente:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Número de cursos | | | | | | |
| Departamento | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ≥ 7 |
| A | 25 | 50 | 60 | 80 | 100 | 100 | 100 |
| B | 20 | 70 | 90 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| C | 40 | 60 | 80 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| D | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |

¿Cómo debe seleccionar los cursos el alumno?

1. Habitat for Hummanity es una maravillosa organización caritativa que construye casas para familias necesitadas, usando trabajo voluntario. Una familia elegible puede escoger entre tres tamaños de vivienda: de 1000, 1100 y 1200 pies cuadrados. Cada tamaño de casa requiere cierta cantidad de voluntarios. El capítulo de Fayetteville ha recibido cinco solicitudes para los próximos 6 meses. El comité a cargo asigna una calificación a cada solicitud, con base en varios factores. Una calificación más alta indica más necesidad. El capítulo de Fayetteville cuenta con un máximo de 23 voluntarios. Los datos que siguen resumen las clasificaciones para las solicitudes, y la cantidad necesaria de voluntarios.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Solicitud | Tamaño de la vivienda (pies2) | Clasificación | Número de voluntarios requeridos |
| 1 | 1200 | 78 | 7 |
| 2 | 1000 | 64 | 4 |
| 3 | 1100 | 68 | 6 |
| 4 | 1000 | 62 | 5 |
| 5 | 1200 | 85 | 8 |

¿Cuáles solicitudes debe aprobar el comité?

1. El alcalde mayor se desea reelegir por el condado de Washington. Los fondos disponibles para su campaña son de 10.000$. Aunque al comité re reelección le gustaría la campaña en los cinco barrios del condado, pero no lo permiten los fondos limitados. La tabla siguiente muestra la población de electores y la cantidad de fondos necesarios para lanzar una buena campaña en cada barrio

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Barrio | Población | Fondos requeridos ($) |
| 1 | 3100 | 3500 |
| 2 | 2600 | 2500 |
| 3 | 3500 | 4000 |
| 4 | 2800 | 3000 |
| 5 | 2400 | 2000 |

La opción en cada barrio es recibir todos los fondos asignados o no recibir nada. ¿Cómo se deben asignar los fondos?

**Bibliografía**

INVESTIGACION DE OPERACIONES, AUTOR TAHA. https://jrvargas.files.wordpress.com/2009/01/investigacic3b3n-de-operaciones-9na-edicic3b3n-hamdy-a-taha-fl.pdf